

Expliciter les savoirs et les procédures

- 1 a) Vrai, car toute puissance paire d'un nombre (positif ou négatif) est un nombre positif.
 b) Faux, car si b est un nombre négatif, alors b^3 est un nombre négatif.
 c) Vrai, car toute puissance d'un nombre positif est un nombre positif.
 d) Vrai, car a^2 est toujours un nombre positif et son opposé $-a^2$ est toujours un nombre négatif.
 e) Faux, car si a est un nombre négatif, alors a^3 est un nombre négatif et son opposé $-a^3$ est un nombre positif.
 f) Vrai, car $b^3 + (-b^3) = 0$.

- 2 a) 1^{re} règle : $2^3 \cdot 2^2 = 2^5$ Pour multiplier des puissances de même base, on conserve la base et on additionne les exposants.
 2^e règle : $2^3 \cdot 5^3 = (2 \cdot 5)^3$ Pour élever un produit de facteurs à une puissance, on élève chaque facteur à cette puissance.
 3^e règle : $(2^3)^2 = 2^6$ Pour élever une puissance à une autre puissance, on conserve la base et on multiplie les exposants.

b) 1^{re} règle (bleu) : $3^5 \cdot 3^2$ $4 \cdot 4^2$ $(-5)^3 \cdot (-5)$ $2^5 \cdot 2^5$ $(-2)^3 \cdot (-2)^3$
 2^e règle (rouge) : $(5^2)^3$ $((-4)^3)^3$
 3^e règle (vert) : $5^3 \cdot 3^3$ $5^3 \cdot (-2)^3$ $2^3 \cdot (-2)^3$ $2^5 \cdot 2^5$ $(-2)^3 \cdot (-2)^3$

c) $4^3 \cdot 4^2 = 4^6$ $5^2 \cdot 3^2 = 15^4$ $2^3 \cdot 6^3 = 12^3$ $5^3 \cdot 5 \cdot 5^4 = 5^8$ $3^4 \cdot 3^4 = 3^{16}$
 $(6^2)^3 = 6^6$ $((-5)^2)^4 = (-5)^8$ $(-2)^3 \cdot (-3)^3 = 6^3$ $((-3)^3)^5 = -3^{15}$ $(6 \cdot 3)^3 = 6 \cdot 3^3$

- 3 a) Vrai
 b) Faux : la 9^e puissance de 2 est un nombre positif.
 c) Faux : 0,003 est l'écriture décimale de $3 \cdot 10^{-3}$.
 d) Vrai
 e) Faux : le volume d'un cube de 5 cm d'arête est 125 cm^3 .
 f) Vrai
 g) Faux : 10^{-5} est un nombre positif.
 h) Vrai
 i) Faux : 10^2 et 10^{-2} sont deux nombres inverses.
 j) Vrai

4 $63\ 000 =$ $6,3 \cdot 10^4$ $63 \cdot 10^3$ ~~$63 \cdot 10^{-3}$~~ $0,63 \cdot 10^5$
 $0,034 =$ $34 \cdot 10^{-3}$ $0,34 \cdot 10^{-1}$ $3,4 \cdot 10^{-2}$ ~~$3,4 \cdot 10^{-1}$~~
 $0,000\ 001\ 78 =$ ~~$1,78 \cdot 10^{-5}$~~ $1,78 \cdot 10^{-6}$ $17,8 \cdot 10^{-7}$ $178 \cdot 10^{-8}$
 $650\ 000\ 000 =$ $0,65 \cdot 10^9$ $65 \cdot 10^7$ ~~$6,5 \cdot 10^7$~~ $6,5 \cdot 10^8$

5 $1,23 \cdot 10^5$ $5,3 \cdot 10^9$ $0,99 \cdot 10^{-12}$ $7,8 \cdot 10^{-3}$ $0,25 \cdot 10^6$
 $750 \cdot 10^{-15}$ $8 \cdot 10^{11}$ $7,14 \cdot 10^{-1}$ $11,3 \cdot 10^8$ $4,1 \cdot 10$

6 $5^2 \cdot 5^3 = 5^6$ 25^5 5^5 $(-2 \cdot 5)^2 = -10^2$ 10^2 3^2
 $3^2 \cdot 4^2 = 12^4$ 12^2 7^4 $(-4)^3 \cdot (-4)^3 = 16^6$ -4^6 4^6
 $(7^2)^4 = 7^6$ 7^8 7^{16} $10^4 \cdot 10^3 = 10^7$ 10^{12} 20^7
 $(-5^2)^3 = 5^6$ -5^5 -5^6 $6^2 \cdot 6 \cdot 6^4 = 6^8$ 6^7 6^6

- 5 a) $4 + 5 \cdot (-2) = 4 + (-10) = -6$
 $-4 \cdot 2 + 8 = -8 + 8 = 0$
 $-5 \cdot (-2) - 4 = 10 - 4 = 6$
 $5 + 3 \cdot 2 - 8 = 5 + 6 - 8 = 3$
- b) $2 + 3 \cdot (-6) + 4 = -2 + (-18) + 4 = -16$
 $6 \cdot (-2) + 5 \cdot (-3) = -12 + (-15) = -27$
 $5 \cdot (2 - 7) = 5 \cdot (-5) = -25$
 $5 \cdot 2 - 7 = 10 - 7 = 3$
- c) $2 - 7^3 = 2 - 343 = -341$
 $-7 \cdot (-2)^3 = -7 \cdot (-8) = 56$
 $5 \cdot (-3)^2 = 5 \cdot 9 = 45$
 $4 \cdot 3 - 5^2 = 4 \cdot 3 - 25 = 12 - 25 = -13$
- d) $(5 \cdot 3)^2 = 15^2 = 225$
 $5 + (-3)^2 = 5 + 9 = 14$
 $(5 - 3)^2 = 2^2 = 4$
 $-2 + 5 \cdot (-3)^2 = -2 + 5 \cdot 9 = -2 + 45 = 43$

B. Puissances de nombres entiers

- 1 a) 8 b) 4 c) 16 d) -2 e) 64
 36 27 81 -216 -1
 -125 16 100 10 000 10 000 000
 49 -243 64 1 64

- 2 $(-2)^3$ Le cube de l'opposé de 2 -8
 2^3 Le cube de 2 8
 -2^3 L'opposé du cube de 2 -8
 4^2 Le carré de 4 16
 $(-4)^2$ Le carré de l'opposé de 4 16
 -4^2 L'opposé du carré de 4 -16
 -3^5 L'opposé de la 5^e puissance de 3 -243
 $(-3)^5$ La 5^e puissance de l'opposé de 3 -243
 3^5 La 5^e puissance de 3 243

- 3 a) $(-9)^2 = 9^2$ c) $(-7)^5 = -7^5$
 $-8^2 \neq (-8)^2$ $-1^9 = (-1)^9$
 $14^3 \neq (-14)^3$ $4^2 = (-4)^2$
- b) $5^3 \neq -5^3$ d) $-11^2 \neq (-11)^2$
 $8^4 = (-8)^4$ $15^3 \neq (-15)^3$
 $(-6)^8 \neq -6^8$ $(-13)^6 = 13^6$

- 4 a) -243 b) -81 c) 625 d) 49 e) -225
 -243 81 -1 1 -10 000 000
 243 81 -625 -81 256
 -125 -256 1 196 -49

- 5 a) $3 + 2 \cdot 5 = 3 + 10 = 13$
 $2 \cdot (3 + 5) = 2 \cdot 8 = 16$
 $3^2 + 5^2 = 9 + 25 = 34$
 $(3 + 5)^2 = 8^2 = 64$
 $(-3) + 5 = 2$
- b) $3^3 - 5^3 = 27 - 125 = -98$
 $(-3) + (-5) = -8$
 $-3 + 5^2 = -3 + 25 = 22$
 $(3 \cdot 5)^2 = 15^2 = 225$
 $3 - (-5)^3 = 3 - (-125) = 3 + 125 = 128$

- 6 a) $7 + (-2) = 5$ La somme de 7 et de l'opposé de 2
 $4 - 2 \cdot 5 = 4 - 10 = -6$ La différence entre 4 et le double de 5
 $2 \cdot (4 - 5) = 2 \cdot (-1) = -2$ Le double de la différence entre 4 et 5
 $4 \cdot 5 + 2 \cdot 7 = 20 + 14 = 34$ La somme du quadruple de 5 et du double de 7
- b) $2 \cdot (-4) + 5 = -8 + 5 = -3$ La somme du double de l'opposé de 4 et de 5
 $2^2 - 7^2 = 4 - 49 = -45$ La différence des carrés de 2 et de 7
 $(2 - 7)^2 = (-5)^2 = 25$ Le carré de la différence entre 2 et 7
 $2 \cdot (-7)^2 = 2 \cdot 49 = 98$ Le double du carré de l'opposé de 7
- c) $(2 \cdot 7)^2 = 14^2 = 196$ Le carré du double de 7
 $3 + 5^2 = 3 + 25 = 28$ La somme de 3 et du carré de 5
 $-(3 + 5)^2 = -8^2 = -64$ L'opposé du carré de la somme de 3 et de 5
 $(-3)^2 + 5^2 = 9 + 25 = 34$ La somme des carrés de l'opposé de 3 et de 5

d) $(-2)^3 - 5^2 = -8 - 25 = -33$
 $-2^3 + 5^2 = -8 + 25 = 17$
 $2^3 \cdot (-5)^2 = 8 \cdot 25 = 200$
 $-(2 \cdot 5)^2 = -10^2 = -100$

La différence entre le cube de l'opposé de 2 et le carré de 5
 La somme de l'opposé du cube de 2 et du carré de 5
 Le produit du cube de 2 par le carré de l'opposé de 5
 L'opposé du carré du double de 5

7

| | | | | |
|-------------------|--|--|--|-----|
| $(5 + 9)^2$ | | le double de la somme de 5 et de 9 | | 106 |
| $5 + 9^2$ | | le carré de la somme de 5 et de 9 | | 405 |
| $2 \cdot (5 + 9)$ | | la somme des carrés de 5 et de 9 | | 28 |
| $5^2 + 9^2$ | | la somme de 5 et du carré de 9 | | 86 |
| $5 \cdot 9^2$ | | le quintuple du carré de 9 | | 196 |
| $-5 - 9$ | | la somme des opposés de 5 et de 9 | | 25 |
| $(-5) + (-9)$ | | l'opposé du carré de 5 | | -45 |
| -5^2 | | l'opposé de la différence entre 5 et 9 | | -14 |
| $(-5)^2$ | | l'opposé du produit de 5 par 9 | | -25 |
| $-(5 \cdot 9)$ | | le carré de l'opposé de 5 | | 4 |

8 a) $6 \cdot 3 - 4 = 18 - 4 = 14$
 $4 - 6 \cdot 2 = 4 - 12 = -8$
 $3 \cdot 5 + 2 \cdot (-7) = 15 - 14 = 1$
 $-2 - 3 \cdot (-5) = -2 + 15 = 13$
 $5 \cdot (-9 + 4) = 5 \cdot (-5) = -25$

c) $(-2)^4 \cdot 5 - 3 = 16 \cdot 5 - 3 = 80 - 3 = 77$
 $-2 + 5 \cdot (-3)^2 = -2 + 5 \cdot 9 = -2 + 45 = 43$
 $-3 \cdot (2 - 7)^2 = -3 \cdot (-5)^2 = -3 \cdot 25 = -75$
 $7 + 2 \cdot (-1)^3 = 7 + 2 \cdot (-1) = 7 - 2 = 5$
 $3 - 5 \cdot (-2)^3 = 3 - 5 \cdot (-8) = 3 + 40 = 43$

b) $(-6 + 2)^2 = (-4)^2 = 16$
 $-6 + 2^2 = -6 + 4 = -2$
 $(-6)^2 + 2^2 = 36 + 4 = 40$
 $-(6 + 2)^2 = -8^2 = -64$
 $(-2)^3 - 6^2 = -8 - 36 = -44$

d) $5 \cdot (-2)^3 + 2 \cdot (-5)^2 = 5 \cdot (-8) + 2 \cdot 25 = -40 + 50 = 10$
 $-3 + (-2)^3 \cdot 5 = -3 + (-8) \cdot 5 = -3 - 40 = -43$
 $4 \cdot (3 - 5)^2 = 4 \cdot (-2)^2 = 4 \cdot 4 = 16$
 $(-5 + 2) \cdot (-4)^3 = (-3) \cdot (-64) = -3 \cdot (-64) = 192$
 $5 + 2 \cdot (-4 + 7)^2 = 5 + 2 \cdot 3^2 = 5 + 2 \cdot 9 = 5 + 18 = 23$

9 a) $4 \cdot (-3)^3 = 4 \cdot (-27) = -108$
 $5 \cdot (-2)^2 = 5 \cdot 4 = 20$
 $-2 \cdot 4^3 = -2 \cdot 64 = -128$
 $-6 \cdot (-1)^5 = -6 \cdot (-1) = 6$

c) $7 \cdot (-1)^3 - 3 \cdot (-2)^2 = 7 \cdot (-1) - 3 \cdot 4 = -7 - 12 = -19$
 $4 \cdot (-2)^2 - 2 \cdot (-3)^3 = 4 \cdot 4 - 2 \cdot (-27) = 16 + 54 = 70$
 $2 \cdot 4^2 + (-2)^5 = 2 \cdot 16 + (-32) = 32 - 32 = 0$
 $-2 \cdot (-3)^2 - 3 \cdot (-1)^3 = -2 \cdot 9 - 3 \cdot (-1) = -18 + 3 = -15$

b) $2 \cdot (-2)^3 = 2 \cdot (-8) = -16$
 $-10 \cdot (-1)^4 = -10 \cdot 1 = -10$
 $3 \cdot (-2)^4 = 3 \cdot 16 = 48$
 $-5 \cdot 4^2 = -5 \cdot 16 = -80$

d) $(-2)^2 - 3 \cdot (-2) - 5 = 4 + 6 - 5 = 10 - 5 = 5$
 $-(-3)^3 + 2 \cdot (-3)^2 - 1 = -(-27) + 2 \cdot 9 - 1 = 27 + 18 - 1 = 44$
 $5 \cdot (-1)^3 + 2 \cdot (-1)^2 - 3 \cdot (-1) = 5 \cdot (-1) + 2 \cdot 1 + 3 = -5 + 2 + 3 = 0$
 $-4^2 + 2 \cdot 4 + 4 = -16 + 8 + 4 = -16 + 12 = -4$

e) $3 \cdot (-3)^3 - 2 \cdot (-3)^2 + (-3) + 1 = 3 \cdot (-27) - 2 \cdot 9 - 3 + 1 = -81 - 18 - 3 + 1 = -101$
 $(-3)^4 + 2 \cdot (-3)^3 - 4 \cdot (-3)^2 - 8 \cdot (-3) = 81 + 2 \cdot (-27) - 4 \cdot 9 + 24 = 81 - 54 - 36 + 24 = 15$
 $-3 \cdot (-2)^3 - 3 \cdot (-2)^2 - 3 \cdot (-2) + 3 = -3 \cdot (-8) - 3 \cdot 4 + 6 + 3 = 24 - 12 + 6 + 3 = 21$
 $-(-1)^7 - 5 \cdot (-1)^6 + 4 \cdot (-1)^5 - 3 \cdot (-1)^4 = -(-1) - 5 \cdot 1 + 4 \cdot (-1) - 3 \cdot 1 = 1 - 5 - 4 - 3 = -11$

10

| a | $3a^2$ | $-7a^3$ | $2a^2 + 5a - 3$ |
|----|------------------------------------|---|--|
| 0 | $3 \cdot 0^2 = 3 \cdot 0 = 0$ | $-7 \cdot 0^3 = -7 \cdot 0 = 0$ | $2 \cdot 0^2 + 5 \cdot 0 - 3 = -3$ |
| 1 | $3 \cdot 1^2 = 3 \cdot 1 = 3$ | $-7 \cdot 1^3 = -7 \cdot 1 = -7$ | $2 \cdot 1^2 + 5 \cdot 1 - 3 = 4$ |
| -1 | $3 \cdot (-1)^2 = 3 \cdot 1 = 3$ | $-7 \cdot (-1)^3 = -7 \cdot (-1) = 7$ | $2 \cdot (-1)^2 + 5 \cdot (-1) - 3 = -6$ |
| 2 | $3 \cdot 2^2 = 3 \cdot 4 = 12$ | $-7 \cdot 2^3 = -7 \cdot 8 = -56$ | $2 \cdot 2^2 + 5 \cdot 2 - 3 = 15$ |
| -2 | $3 \cdot (-2)^2 = 3 \cdot 4 = 12$ | $-7 \cdot (-2)^3 = -7 \cdot (-8) = 56$ | $2 \cdot (-2)^2 + 5 \cdot (-2) - 3 = -5$ |
| 3 | $3 \cdot 3^2 = 3 \cdot 9 = 27$ | $-7 \cdot 3^3 = -7 \cdot 27 = -189$ | $2 \cdot 3^2 + 5 \cdot 3 - 3 = 30$ |
| -3 | $3 \cdot (-3)^2 = 3 \cdot 9 = 27$ | $-7 \cdot (-3)^3 = -7 \cdot (-27) = 189$ | $2 \cdot (-3)^2 + 5 \cdot (-3) - 3 = 0$ |
| 4 | $3 \cdot 4^2 = 3 \cdot 16 = 48$ | $-7 \cdot 4^3 = -7 \cdot 64 = -448$ | $2 \cdot 4^2 + 5 \cdot 4 - 3 = 49$ |
| -4 | $3 \cdot (-4)^2 = 3 \cdot 16 = 48$ | $-7 \cdot (-4)^3 = -7 \cdot (-64) = 448$ | $2 \cdot (-4)^2 + 5 \cdot (-4) - 3 = 9$ |
| 5 | $3 \cdot 5^2 = 3 \cdot 25 = 75$ | $-7 \cdot 5^3 = -7 \cdot 125 = -875$ | $2 \cdot 5^2 + 5 \cdot 5 - 3 = 72$ |
| -5 | $3 \cdot (-5)^2 = 3 \cdot 25 = 75$ | $-7 \cdot (-5)^3 = -7 \cdot (-125) = 875$ | $2 \cdot (-5)^2 + 5 \cdot (-5) - 3 = 22$ |

- 11 a) 90 000 b) 6,45 c) 0,000 32 d) 7,5 e) 24 600
 32,5 0,524 20 0,007 423 0,004 75
 2780 0,012 0,0008 0,6 0,21
 8 0,063 14 56 700 4,275 0,052
 50 0,002 15 0,000 32 30 0,000 057 6

- 12 a) $63 \cdot 10^{-3}$ b) $52 \cdot 10^5$ c) $4,2 \cdot 10^{-2}$ d) $2470 \cdot 10^{-3}$
 $742 \cdot 10^{-2}$ $431 \cdot 10^4$ $0,5 \cdot 10^4$ $23 \cdot 10^{-5}$
 $6 \cdot 10^{-4}$ $12 \cdot 10^{-5}$ $1356 \cdot 10^{-2}$ $0,751 \cdot 10^5$
 $36 \cdot 10^{-4}$ $0,008 \cdot 10^{-2}$ $0,0027 \cdot 10^3$ $0,043 \cdot 10^5$

- 13 a) 2^{10} b) 10^3 c) 2^{10} d) $(-6)^4$ e) $2^{12} \cdot 2^5 = 2^{17}$
 2^7 $(-42)^4$ $(-5)^3$ 2^9 $5^8 \cdot 5 = 5^9$
 9^6 $(-2)^{10}$ $(-2)^6$ ou 4^3 $(-7)^5$ $(2^5)^4 = 2^{20}$
 12^2 $(-3)^9$ 4^6 7^{15} $9 \cdot 9^4 = 9^5$ ou $3^2 \cdot 3^8 = 3^{10}$
 3^{21} 3^7 $(-6)^3$ $(-7)^6$ $4^6 \cdot 5^6 = 20^6$
 $(-7)^5$ 2^{10} 10^7 14^2 $(3^7)^2 = 3^{14}$

- 14 a) $4^3 = 2^6$, car $4^3 = (2^2)^3 = 2^6$ b) $4^3 = 8^2$, car $4^3 = (2^2)^3 = 2^6$ et $8^2 = (2^3)^2 = 2^6$
 $16^2 = 4^4$, car $16^2 = (4^2)^2 = 4^4$ $3^4 = 9^2$, car $9^2 = (3^2)^2 = 3^4$

c) $8^4 = 4^2 \cdot 4^4$, car $8^4 = (2^3)^4 = 2^{12}$ et $4^2 \cdot 4^4 = 4^6 = (2^2)^6 = 2^{12}$
 $9^4 = 3^3 \cdot 3^5$, car $9^4 = (3^2)^4 = 3^8$ et $3^3 \cdot 3^5 = 3^8$

d) $2^2 \cdot 2^4 = 4^3$, car $2^2 \cdot 2^4 = 2^6$ et $4^3 = (2^2)^3 = 2^6$
 $5 \cdot 5^3 = 25^2$, car $5 \cdot 5^3 = 5^4$ et $25^2 = (5^2)^2 = 5^4$

e) $3^2 \cdot 2^4 = 12^2$, car $3^2 \cdot 2^4 = 3^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2 = 6^2 \cdot 2^2 = 12^2$
 $45^3 = 5^3 \cdot 3^6$, car $5^3 \cdot 3^6 = 5^3 \cdot 3^3 \cdot 3^3 = 45^3$

- 15 a) Intrus : 2^{16} , car $8^4 = (2^3)^4 = 2^{12}$ et $4^6 = (2^2)^6 = 2^{12}$
 b) Intrus : $(5^3)^3 = 5^9$, car $25^3 = (5^2)^3 = 5^6$
 c) Intrus : 3^5 , car $27^2 = (3^3)^2 = 3^6$ et $(3^2)^3 = 3^6$
 d) Intrus : $11^4 \cdot 11^2$, car $11^4 \cdot 11^2 = 11^6$ et $(11^2)^4 = 11^8$

- 16 a) 0,0001 b) 10^4 c) 10^6 d) 2^8 e) 7^{10} e) 8^4
 10^{-4} 10 000 $10^4 \cdot 10^2$ $2^4 \cdot 2^4$ ~~$7^2 \cdot 7^5$~~ $2^4 \cdot 4^4$
 ~~$(-10)^4$~~ $(-10)^4$ ~~$10^4 + 10^2$~~ ~~$(2^2)^3$~~ $7^9 \cdot 7$ ~~$4^2 \cdot 4^2$~~
 $1/10\ 000$ $10^2 \cdot 10^2$ $(10^3)^2$ $2^7 \cdot 2$ $7^3 \cdot 7^7$ $(8^2)^2$
 $(10^2)^{-2}$ ~~$(-10)^{-4}$~~ $(-10)^6$ $2^9 / 2$ $(7^2)^5$ $8 \cdot 8^3$

- 17 2^6 est le carré de 2^3 car $2^6 = (2^3)^2$ 3^4 est le carré de 3^2 car $3^4 = (3^2)^2$
 10^8 est le carré de 10^4 car $10^8 = (10^4)^2$ 12^8 est le carré de 12^4 car $12^8 = (12^4)^2$
 $3^2 \cdot 9^3$ est le carré de 3^4 car $3^2 \cdot 9^3 = 3^2 \cdot 3^6 = 3^8$ et $3^8 = (3^4)^2$
 $3^6 \cdot 3^4$ est le carré de 3^5 car $3^6 \cdot 3^4 = 3^{10}$ et $3^{10} = (3^5)^2$
 $2^6 \cdot 5^{10}$ est le carré de $2^3 \cdot 5^5$ car $2^6 \cdot 5^{10} = (2^3 \cdot 5^5)^2$

18 $10^6 < 177 \cdot 10^4 < 0,2 \cdot 10^7 < 24 \cdot 10^5 < 3 \cdot 10^6 < 3,4 \cdot 10^6$

- 19 a) $14,5 \cdot 10^{-8} < 0,73 \cdot 10^{-6}$ car $1,45 \cdot 10 \cdot 10^{-8} < 7,3 \cdot 10^{-1} \cdot 10^{-6}$
 $1,45 \cdot 10^{-7} < 7,3 \cdot 10^{-7}$
 b) $0,000\ 051 \cdot 10^{-3} > 520\ 000 \cdot 10^{-14}$ car $5,1 \cdot 10^{-5} \cdot 10^{-3} > 5,2 \cdot 10^5 \cdot 10^{-14}$
 $5,1 \cdot 10^{-8} > 5,2 \cdot 10^{-9}$

- 20 $2,34 \cdot 10^{-4}$ $234 \cdot 10^{-5}$ $0,234 \cdot 10^{-3}$ $23,4 \cdot 10^{-6}$
- 21 a) $2,1 \cdot 10^{-4}$ b) $2,6 \cdot 10^7$ c) $2,001 \cdot 10^{-3}$ d) $3,21 \cdot 10^{-1}$ e) $3,4 \cdot 10^{-5}$
 $7,4 \cdot 10^{-6}$ $7,14 \cdot 10^6$ $9,1254 \cdot 10^8$ $4,05 \cdot 10^{-3}$ $3,1 \cdot 10^4$
 $2,914 \cdot 10^{-2}$ $2,54 \cdot 10^8$ $6,53 \cdot 10^{-2}$ $5,06 \cdot 10^5$ $2,2 \cdot 10^{-2}$
- 22 a) $4,56 \cdot 10^2 \cdot 10^9 = 4,56 \cdot 10^{11}$ c) $2,15 \cdot 10^3 \cdot 10^7 = 2,15 \cdot 10^{10}$
 $1,2004 \cdot 10 \cdot 10^7 = 1,2004 \cdot 10^8$ $7,94 \cdot 10^{-3} \cdot 10^9 = 7,94 \cdot 10^6$
 $4,3 \cdot 10 \cdot 10^{-6} = 4,3 \cdot 10^{-5}$ $7,8 \cdot 10^7 \cdot 10^{-5} = 7,8 \cdot 10^2$
- b) $6,54 \cdot 10^2 \cdot 10^8 = 6,54 \cdot 10^{10}$ d) $3,17 \cdot 10^2 \cdot 10^{-8} = 3,17 \cdot 10^{-6}$
 $5,32 \cdot 10^5 \cdot 10^{-9} = 5,32 \cdot 10^{-4}$ $8,7 \cdot 10^8 \cdot 10^{12} = 8,7 \cdot 10^{20}$
 $9 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-5} = 9 \cdot 10^{-11}$ $2,6475 \cdot 10 \cdot 10^{-4} = 2,6475 \cdot 10^{-3}$
- 23 a) $4956 \cdot 7\ 987\ 987 \cong 5000 \cdot 8\ 000\ 000 = 5 \cdot 10^3 \cdot 8 \cdot 10^6 = 40 \cdot 10^9 = 4 \cdot 10^{10} \rightarrow 10^{10}$
 $7104 \cdot 2907 \cong 7000 \cdot 3000 = 7 \cdot 10^3 \cdot 3 \cdot 10^3 = 21 \cdot 10^6 \cong 2 \cdot 10 \cdot 10^6 = 2 \cdot 10^7 \rightarrow 10^7$
 $0,002 \cdot 4012 \cong 0,002 \cdot 4000 = 2 \cdot 10^{-3} \cdot 4 \cdot 10^3 = 8 \cdot 10^0 = 8 \rightarrow 10$
- b) $7,954 \cdot 0,0789 \cong 8 \cdot 0,08 = 8 \cdot 8 \cdot 10^{-2} = 64 \cdot 10^{-2} \cong 60 \cdot 10^{-2} = 6 \cdot 10 \cdot 10^{-2} = 6 \cdot 10^{-1} \rightarrow 10^0 = 1$
 $39,045 \cdot 6004,32 \cong 40 \cdot 6000 = 4 \cdot 10 \cdot 6 \cdot 10^3 = 24 \cdot 10^4 \cong 2 \cdot 10 \cdot 10^4 \rightarrow 10^5$
 $3,98 \cdot 0,039\ 12 \cong 4 \cdot 0,04 = 4 \cdot 4 \cdot 10^{-2} = 16 \cdot 10^{-2} \cong 2 \cdot 10 \cdot 10^{-2} \rightarrow 10^{-1}$
- c) $98^4 \cong 100^4 = 10^8 \rightarrow 10^8$
 $2098^5 \cong 2000^5 = (2 \cdot 10^3)^5 = 2^5 \cdot 10^{15} = 32 \cdot 10^{15} \cong 30 \cdot 10^{15} = 3 \cdot 10^{16} \rightarrow 10^{16}$
 $0,000\ 412^3 \cong 0,0004^3 = (4 \cdot 10^{-4})^3 = 4^3 \cdot 10^{-12} = 64 \cdot 10^{-12} \cong 6 \cdot 10 \cdot 10^{-12} = 6 \cdot 10^{-11} \rightarrow 10^{-10}$
- 24 a) $0,03 \cdot 0,0002 = 3 \cdot 10^{-2} \cdot 2 \cdot 10^{-4} = 6 \cdot 10^{-6}$
 $0,04 \cdot 0,2 = 4 \cdot 10^{-2} \cdot 2 \cdot 10^{-1} = 8 \cdot 10^{-3}$
 $5,1 \cdot 0,004 = 51 \cdot 10^{-1} \cdot 4 \cdot 10^{-3} = 204 \cdot 10^{-4} = 2,04 \cdot 10^2 \cdot 10^{-4} = 2,04 \cdot 10^{-2}$
 $(3000)^4 = (3 \cdot 10^3)^4 = 3^4 \cdot 10^{12} = 81 \cdot 10^{12} = 8,1 \cdot 10 \cdot 10^{12} = 8,1 \cdot 10^{13}$
 $0,12 \cdot 0,15 = 12 \cdot 10^{-2} \cdot 15 \cdot 10^{-2} = 180 \cdot 10^{-4} = 1,8 \cdot 10^2 \cdot 10^{-4} = 1,8 \cdot 10^{-2}$
 $4,2 \cdot 0,0003 = 42 \cdot 10^{-1} \cdot 3 \cdot 10^{-4} = 126 \cdot 10^{-5} = 1,26 \cdot 10^2 \cdot 10^{-5} = 1,26 \cdot 10^{-3}$
- b) $0,001 \cdot 0,01 = 10^{-3} \cdot 10^{-2} = 10^{-5}$
 $(0,002)^5 = (2 \cdot 10^{-3})^5 = 2^5 \cdot 10^{-15} = 32 \cdot 10^{-15} = 3,2 \cdot 10 \cdot 10^{-15} = 3,2 \cdot 10^{-14}$
 $(-3000)^3 = (-3 \cdot 10^3)^3 = (-3)^3 \cdot 10^9 = -27 \cdot 10^9 = -2,7 \cdot 10 \cdot 10^9 = -2,7 \cdot 10^{10}$
 $0,74 \cdot 0,002 = 74 \cdot 10^{-2} \cdot 2 \cdot 10^{-3} = 148 \cdot 10^{-5} = 1,48 \cdot 10^2 \cdot 10^{-5} = 1,48 \cdot 10^{-3}$
 $42 \cdot 0,000\ 03 = 42 \cdot 3 \cdot 10^{-5} = 126 \cdot 10^{-5} = 1,26 \cdot 10^2 \cdot 10^{-5} = 1,26 \cdot 10^{-3}$
 $(-0,005)^4 = (-5 \cdot 10^{-3})^4 = (-5)^4 \cdot 10^{-12} = 625 \cdot 10^{-12} = 6,25 \cdot 10^2 \cdot 10^{-12} = 6,25 \cdot 10^{-10}$
- c) $0,000\ 021 \cdot 0,008 = 21 \cdot 10^{-6} \cdot 8 \cdot 10^{-3} = 168 \cdot 10^{-9} = 1,68 \cdot 10^2 \cdot 10^{-9} = 1,68 \cdot 10^{-7}$
 $87\ 000 \cdot 3000 = 87 \cdot 10^3 \cdot 3 \cdot 10^3 = 261 \cdot 10^6 = 2,61 \cdot 10^2 \cdot 10^6 = 2,61 \cdot 10^8$
 $22\ 000\ 000 \cdot 0,000\ 07 = 22 \cdot 10^6 \cdot 7 \cdot 10^{-5} = 154 \cdot 10^1 = 1,54 \cdot 10^2 \cdot 10^1 = 1,54 \cdot 10^3$
 $(-20\ 000)^3 = (-2 \cdot 10^4)^3 = (-2)^3 \cdot (10^4)^3 = -8 \cdot 10^{12}$
 $(-0,000\ 06)^3 = (-6 \cdot 10^{-5})^3 = (-6)^3 \cdot (10^{-5})^3 = -216 \cdot 10^{-15} = -2,16 \cdot 10^2 \cdot 10^{-15} = -2,16 \cdot 10^{-13}$
 $0,000\ 12 \cdot 600\ 000 = 12 \cdot 10^{-5} \cdot 6 \cdot 10^5 = 72 \cdot 10^0 = 7,2 \cdot 10 \cdot 10^0 = 7,2 \cdot 10$
- d) $0,000\ 004 \cdot 5000 = 4 \cdot 10^{-6} \cdot 5 \cdot 10^3 = 20 \cdot 10^{-3} = 2 \cdot 10 \cdot 10^{-3} = 2 \cdot 10^{-2}$
 $450\ 000 \cdot 0,0002 = 45 \cdot 10^4 \cdot 2 \cdot 10^{-4} = 90 \cdot 10^0 = 9 \cdot 10 \cdot 10^0 = 9 \cdot 10$
 $19 \cdot 10^{-1} \cdot 2 \cdot 10^{-5} = 38 \cdot 10^{-6} = 3,8 \cdot 10 \cdot 10^{-6} = 3,8 \cdot 10^{-5}$
 $0,004 \cdot 7 \cdot 10^{-5} = 4 \cdot 10^{-3} \cdot 7 \cdot 10^{-5} = 28 \cdot 10^{-8} = 2,8 \cdot 10 \cdot 10^{-8} = 2,8 \cdot 10^{-7}$
 $37 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-7} = 74 \cdot 10^{-2} = 7,4 \cdot 10 \cdot 10^{-2} = 7,4 \cdot 10^{-1}$
 $0,0007 \cdot 2 \cdot 10^9 = 7 \cdot 10^{-4} \cdot 2 \cdot 10^9 = 14 \cdot 10^5 = 1,4 \cdot 10 \cdot 10^5 = 1,4 \cdot 10^6$
- 25 « Mille millions de sabords » $\rightarrow 10^3 \cdot 10^6 = 10^9 \rightarrow$ Giga
« Mille milliards de mille sabords » $\rightarrow 10^3 \cdot 10^6 \cdot 10^3 = 10^{12} \rightarrow$ Téra

Résoudre un problème

A. Problèmes mathématiques

$$\begin{aligned} 1 \quad & 3520^2 = (352 \cdot 10)^2 = 352^2 \cdot 10^2 = 123\,904 \cdot 10^2 = 12\,390\,400 \\ & 35,2^2 = (352 \cdot 10^{-1})^2 = 352^2 \cdot (10^{-1})^2 = 123\,904 \cdot 10^{-2} = 1239,04 \\ & 0,352^2 = (352 \cdot 10^{-3})^2 = 352^2 \cdot (10^{-3})^2 = 123\,904 \cdot 10^{-6} = 0,123\,904 \\ & 352\,000^2 = (352 \cdot 10^3)^2 = 352^2 \cdot 10^6 = 123\,904 \cdot 10^6 = 123\,904\,000\,000 \\ & (-3,52)^2 = (-352 \cdot 10^{-2})^2 = (-352)^2 \cdot (10^{-2})^2 = 123\,904 \cdot 10^{-4} = 12,3904 \\ & (-0,000\,352)^2 = (-352 \cdot 10^{-6})^2 = (-352)^2 \cdot (10^{-6})^2 = 123\,904 \cdot 10^{-12} = 0,000\,000\,123\,904 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2 \quad & a = (4 \cdot 11)^{15} = (2^2 \cdot 11)^{15} = (2^2)^{15} \cdot 11^{15} = 2^{30} \cdot 11^{15} \\ & b = (4 \cdot 121)^5 = (2^2 \cdot 11^2)^5 = (2^2)^5 \cdot (11^2)^5 = 2^{10} \cdot 11^{10} \\ & c = (16 \cdot 11)^{17} = (2^4 \cdot 11)^{17} = (2^4)^{17} \cdot 11^{17} = 2^{68} \cdot 11^{17} \end{aligned}$$

$$3 \quad 4^{20} \neq 1,099\,511\,628 \cdot 10^{12}$$

Justification
 $1,099\,511\,628 \cdot 10^{12} = 1\,099\,511\,628\,000$ mais toute puissance de 4 doit se terminer par 4 ou par 6. Pour être plus précis, on peut dire que toutes les puissances paires ont un résultat se terminant par 6 et les puissances impaires par 4. Dans ce cas, le dernier chiffre est 6.
 La réponse donnée par la calculatrice de l'ordinateur est 1 099 511 627 776.

$$0,3^{20} = 3,486\,784\,401 \times 10^{-11}$$

Justification : $0,3^{20} = (3 \cdot 10^{-1})^{20}$
 $= 3^{20} \cdot 10^{-20}$
 $= 3\,486\,784\,401 \cdot 10^{-20}$
 $= 3,486\,784\,401 \cdot 10^9 \cdot 10^{-20}$
 $= 3,486\,784\,401 \cdot 10^{-11}$

$$15^9 \neq 3,844\,335\,938 \times 10^{10}$$

Justification
 $3,844\,335\,938 \cdot 10^{10} = 38\,443\,359\,380$ et 15^9 est un nombre qui se termine par 5.
 La réponse donnée par la calculatrice de l'ordinateur est 38 443 359 375.

$$0,214^6 \neq 9,604\,674\,252 \times 10^{-5}$$

Justification
 $9,604\,674\,252 \times 10^{-5} = 0,000\,096\,046\,742\,52$ et $0,214^6$ est un nombre décimal se terminant par 6.
 La réponse donnée par la calculatrice de l'ordinateur est 0,000 096 046 742 518 336

B. Problèmes concrets

$$1 \quad \text{Nombre de menus différents : } 100 \cdot 100 \cdot 100 = 10^6 = 1 \text{ million} \rightarrow \text{La publicité n'est pas mensongère.}$$

$$2 \quad \begin{aligned} \text{a) } & 256 = 2^8 \rightarrow \text{après 9 bonnes réponses} \\ & 1024 = 2^{10} \rightarrow \text{après 11 bonnes réponses} \\ \text{b) } & 20 \text{ bonnes réponses} \rightarrow \text{il a gagné } 2^{19} = 524\,288 \text{ €} \end{aligned}$$

$$3 \quad \begin{aligned} \text{a) } & \text{Masse de la Terre : } 6 \cdot 10^3 \cdot 10^9 \cdot 10^9 \cdot 10^6 \text{ g} = 6 \cdot 10^{27} \text{ g} \\ & \text{Masse d'une boule de l'Atomium : } 25 \cdot 10^4 \cdot 10^3 \text{ g} = 25 \cdot 10^7 \text{ g} \\ & \frac{\text{Masse de la Terre}}{\text{Masse d'une boule de l'Atomium}} = \frac{6 \cdot 10^{27}}{25 \cdot 10^7} = 0,24 \cdot 10^{20} = 2,4 \cdot 10^{19} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } & \text{Masse de la Terre : } 6 \cdot 10^3 \cdot 10^9 \cdot 10^9 \cdot 10^6 \text{ g} = 6 \cdot 10^{27} \text{ g} \\ & \text{Masse d'un ballon de football : } 45 \cdot 10 \text{ g} \\ & \frac{\text{Masse de la Terre}}{\text{Masse d'un ballon de football}} = \frac{6 \cdot 10^{27}}{45 \cdot 10} \cong 0,13 \cdot 10^{26} = 1,3 \cdot 10^{25} \end{aligned}$$

- 4 Dans 1 kg, il y a $6,02 \cdot 10^{23} \cdot 10^3 = 6,02 \cdot 10^{26}$ atomes d'hydrogène.
Dans 1 t, il y a $6,02 \cdot 10^{23} \cdot 10^6 = 6,02 \cdot 10^{29}$ atomes d'hydrogène.
- 5 Argiles : diamètre inférieur à $2 \mu\text{m}$ ($2 \cdot 10^{-6} \text{ m}$)
Limos : diamètre de $2 \mu\text{m}$ à $50 \mu\text{m}$ ($2 \cdot 10^{-6} \text{ m}$ à $50 \cdot 10^{-6}$ ou $5 \cdot 10^{-5} \text{ m}$)
Sables : diamètre supérieur à $50 \mu\text{m}$ ($50 \cdot 10^{-6}$ ou $5 \cdot 10^{-5} \text{ m}$)
 $0,006 \text{ mm} = 6 \cdot 10^{-3} \text{ m} \rightarrow$ Sables
 $1000 \mu\text{m} = 10^3 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 10^{-3} \rightarrow$ Sables
 $4 \cdot 10^{-3} \text{ mm} = 4 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-3} \text{ m} = 4 \cdot 10^{-6} \text{ m} \rightarrow$ Limons
 $150 \cdot 10^{-5} \text{ mm} = 1,5 \cdot 10^2 \cdot 10^{-5} \cdot 10^{-3} \text{ m} = 1,5 \cdot 10^{-6} \rightarrow$ Argiles
 $300 \cdot 10^{-4} \text{ mm} = 3 \cdot 10^2 \cdot 10^{-4} \cdot 10^{-3} \text{ m} = 3 \cdot 10^{-5} \rightarrow$ Limons
 $0,15 \text{ mm} = 15 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-3} \text{ m} = 15 \cdot 10^{-5} \text{ m} \rightarrow$ Sables
- 6 En un siècle :
 $4 \cdot 510\,000\,000 \cdot 100 = 4 \cdot 51 \cdot 10^7 \cdot 10^2 = 204 \cdot 10^9 = 2,04 \cdot 10^{11} \text{ g} = 2,04 \cdot 10^8 \text{ kg} = 2,04 \cdot 10^5 \text{ t}$
- 7 a) $10^{24} < 5,9736 \cdot 10^{24} < 10^{25}$ Ordre de grandeur : 10^{25}
b) $10^8 < 232 \cdot 10^6 < 10^9$
 $10^8 < 2,32 \cdot 10^8 < 10^9$ Ordre de grandeur : 10^8
c) $10^{-8} < 22 \cdot 10^{-9} < 10^{-7}$
 $10^{-8} < 2,2 \cdot 10^{-8} < 10^{-7}$ Ordre de grandeur : 10^{-8}
d) $10^{-6} < 7,2 \cdot 10^{-6} < 10^{-5}$ Ordre de grandeur : 10^{-5}
- 8 a) (1) Distance parcourue :
en une minute : $300\,000 \cdot 60 = 18 \cdot 10^6 \text{ km} = 1,8 \cdot 10^7 \text{ km}$
en une heure : $1,8 \cdot 10^7 \cdot 60 = 108 \cdot 10^7 \text{ km} = 1,08 \cdot 10^9 \text{ km}$
en un jour : $1,08 \cdot 10^9 \cdot 24 = 25,92 \cdot 10^9 = 2,592 \cdot 10^{10} \text{ km}$
en une année : $2,592 \cdot 10^{10} \cdot 365 = 946,08 \cdot 10^{10} = 9,4608 \cdot 10^{12} \text{ km}$
(2) Temps : $\frac{150 \cdot 10^6}{3 \cdot 10^5} = 50 \cdot 10 = 500$ secondes ou 8 min 20 s
- b) (1) $350 \text{ al} = 350 \cdot 10^{13} \text{ km} = 3,5 \cdot 10^{15} \text{ km}$
(2) $15 \cdot 10^9 \text{ al} = 15 \cdot 10^9 \cdot 10^{13} \text{ km} = 1,5 \cdot 10^{23} \text{ km}$
- c) Distance : $1800 \text{ al} = 18 \cdot 10^2 \cdot 10^{13} \text{ km} = 18 \cdot 10^{15} \text{ km}$
Vitesse : $300\,000 \text{ km/s} = 3 \cdot 10^5 \text{ km/s}$
Temps : $\frac{18 \cdot 10^{15}}{3 \cdot 10^5} = 6 \cdot 10^{10} \text{ s}$
Nombre d'années : $\frac{6 \cdot 10^{10}}{3600 \cdot 24 \cdot 365} = 1,902\,587\dots \cdot 10^{-7} \cdot 10^{10} = 1,902\,587\dots \cdot 10^3 \cong 1903$
- 9 Rappel des formules à utiliser :
Aire d'une sphère : $4\pi r^2$ Volume d'une sphère : $\frac{4}{3}\pi r^3$
- a) Oui car $140 \cdot 10^3 = 1,4 \cdot 10^5 < 3 \cdot 10^5$
- b) Aire en km^2 : $4 \cdot 3,14 \cdot (70 \cdot 10^3)^2 = 12,56 \cdot 4900 \cdot 10^6 = 61\,544 \cdot 10^6 = 6,1544 \cdot 10^{10}$
Volume en m^3 : $4/3 \cdot 3,14 \cdot (70 \cdot 10^3 \cdot 10^3)^3 \cong 1\,436\,027 \cdot 10^{18} = 1,436\,027 \cdot 10^{24}$

- 10 a) Nombre de secondes dans une année de 365 jours
 Ordre de grandeur : $400 \cdot 20 \cdot 4000 = 32\,000\,000 = 3,2 \cdot 10^7 \rightarrow 10^7$
 Calcul à la calculatrice : $365 \cdot 24 \cdot 3600 = 31\,536\,000 \approx 3,15 \cdot 10^7$ secondes
 b) $3,15 \cdot 10^7 \cdot 10^{-15} = 3,15 \cdot 10^{-8}$ secondes

- 11 a) $d = \frac{9,81 \cdot t^2}{2}$
 $d \approx \frac{10 \cdot t^2}{2}$
 $d = 5t^2$
 $t^2 = \frac{d}{5}$
 (1) $t^2 = 102 : 5 \Rightarrow t^2 = 20,4 \Rightarrow 16 < t^2 < 25 \Rightarrow 4 < t < 5$
 (2) $t^2 = 828 : 5 \Rightarrow t^2 = 165,6 \Rightarrow 144 < t^2 < 169 \Rightarrow 12 < t < 13$
 (3) $t^2 = 210 : 5 \Rightarrow t^2 = 42 \Rightarrow 36 < t^2 < 49 \Rightarrow 6 < t < 7$
 (4) $t^2 = 70 : 5 \Rightarrow t^2 = 14 \Rightarrow 9 < t^2 < 16 \Rightarrow 3 < t < 4$
 b) $d = \frac{9,81 \cdot t^2}{2} \Leftrightarrow 2 \cdot d = 9,81 \cdot t^2 \Leftrightarrow t^2 = \frac{2 \cdot d}{9,81}$
 (1) $t^2 = 204 : 9,81 = 20,795... \Rightarrow t \approx 4,56$ s
 (2) $t^2 = 1656 : 9,81 = 168,807... \Rightarrow t \approx 12,99$ s
 (3) $t^2 = 420 : 9,81 = 42,813... \Rightarrow t \approx 6,54$ s
 (4) $t^2 = 140 : 9,81 = 14,271... \Rightarrow t \approx 3,78$ s

- 12 a) Montant de l'amende : $50 + 10 \cdot (54 - 40) = 50 + 10 \cdot 14 = 50 + 140 = 190$ €
 b) Vitesse : $160 = 50 + 10 \cdot (V - 40)$
 $160 - 50 = 10 \cdot (V - 40)$
 $110 = 10 \cdot (V - 40)$
 $11 = V - 40$
 $V = 11 + 40$
 $V = 51$ km/h

13 a)

| Vitesse (km/h) | 30 | 50 | 70 | 100 | 120 |
|---|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| Distance d'arrêt sur route sèche (m) | 12,76 | 26,19 | 43,56 | 77 | 104,2 |
| Distance d'arrêt sur route mouillée (m) | 17,19 | 38,5 | 67,67 | 126,2 | 175,1 |

b) $D_1 = \frac{130}{3,6} + \frac{130^2}{254 \cdot 0,8} \approx 119,28$ m $D_2 = \frac{110}{3,6} + \frac{110^2}{254 \cdot 0,4} \approx 149,65$ m

C'est le second automobiliste qui aura une distance de freinage plus élevée.

- 14 Nombre de DVD-ROM : $\frac{92,4 \text{ Go}}{4,7 \text{ Go}} \approx 19,66$ soit 20 DVD
 Nombre de CD-ROM : $\frac{92,4 \text{ Go}}{700 \text{ Mo}} = \frac{92,4 \cdot 2^{30} \text{ Go}}{700 \cdot 2^{20} \text{ Mo}} = \frac{92,4 \cdot 2^{10} \text{ Go}}{700 \text{ Mo}} = 135,168$ soit 136 CD.